**第三讲二次函数与幂函数**

id:2147490480;FounderCES

题组1二次函数的图象与性质

1*.*[2017浙江,5,4分]若函数*f*(*x*)*=x*2*+ax+b*在区间[0,1]上的最大值是*M*,最小值是*m*,则*M-m*()

A.与*a*有关,且与*b*有关B.与*a*有关,但与*b*无关

C.与*a*无关,且与*b*无关D.与*a*无关,但与*b*有关

2*.*[2015四川,9,5分][理]如果函数*f*(*x*)*=*(*m-*2)*x*2*+*(*n-*8)*x+*1(*m*≥0,*n*≥0)在区间[,2]上单调递减,那么*mn*的最大值为()

A*.*16 B*.*18 C*.*25 D*.*

3*.*[2013浙江,7,5分]已知*a*,*b*,*c*∈R,函数*f*(*x*)*=ax*2*+bx+c.*若*f*(0)*=f*(4)*>f*(1),则()

A.*a>*0,4*a+b=*0 B.*a<*0,4*a+b=*0 C.*a>*0,2*a+b=*0 D.*a<*0,2*a+b=*0

题组2幂函数的图象与性质

4*.*[2015山东,3,5分]设*a=*0*.*60*.*6,*b=*0*.*61*.*5,*c=*1*.*50*.*6,则*a*,*b*,*c*的大小关系是()

A.*a<b<c* B.*a<c<b* C.*b<a<c* D.*b<c<a*

5*.*[2014陕西,7,5分][理]下列函数中,满足“*f*(*x+y*)*=f*(*x*)*f*(*y*)”的单调递增函数是()

A*.f*(*x*)*=*  B*.f*(*x*)*=x*3 C*.f*(*x*)*=*()*x* D*.f*(*x*)*=*3*x*

id:2147490501;FounderCES

**A组基础题**

1*.*[2018山西省45校高三第一次联考,6]函数*f*(*x*)*=ax*2*-*2*x+*1在区间(*-*1,1)和区间(1,2)上分别存在一个零点,则实数*a*的取值范围是()

A.*-*3*<a<*1 B.*<a<*1 C.*-*3*<a<* D.*a<-*3或*a>*

2*.*[2018江西省新余一中二模,9]已知函数*f*(*x*)*=*e*x-*1,*g*(*x*)*=-x*2*+*4*x-*3,若存在实数*a*,*b*,使得*f*(*a*)*=g*(*b*),则*b*的取值范围是()

A.[2-,2+] B.(2-,2+) C.[1,3] D.(1,3)

3*.*[2018广东茂名市五大联盟学校联考,3]已知幂函数*f*(*x*)*=xα*的图象过点(3,),则函数*g*(*x*)*=*(2*x-*1)*f*(*x*)在区间[,2]上的最小值是()

A.-1 B.0 C.-2 D.

4*.*[2018沈阳市第十二中学第一次联考,8]不等式*ax*2*+bx+*2*>*0的解集为{*x|-*1*<x<*2},则不等式2*x*2*+bx+a>*0的解集为()

A*.*{*x|x<-*1或*x>*} B.{*x|-*1*<x<*} C*.* {*x|-*2*<x<*1} D*.*{*x|x<-*2或*x>*1}

5*.*[2017江西九江七校联考,4]幂函数*f*(*x*)*=*(*m*2*-*4*m+*4)·在(0,*+∞*)为增函数,则*m*的值为()

A.1或3 B.1 C.3 D.2

**B组提升题**

6*.*[2018黑龙江省大庆实验中学模拟,12]定义域为R的函数*f*(*x*)满足*f*(*x+*2)*=*2*f*(*x*),当*x*∈[0,2)时,*f*(*x*)*=*若当*x*∈[*-*4,*-*2)时,函数*f*(*x*)≥*-t+*恒成立,则实数*t*的取值范围为()

A.2≤*t*≤3 B*.*1≤*t*≤3 C*.*1≤*t*≤4 D*.*2≤*t*≤4

7*.*[2017吉林省高三第二次阶段测试,6]已知命题*p*:∃*n*∈R,使得*f*(*x*)*=n*是幂函数,且在(0,*+∞*)上单调递增; 命题*q*: “∃*x*∈R,*x*2*+*2*>*3*x*”的否定是“∀*x*∈R,*x*2*+*2*<*3*x*”*.*则下列命题为真命题的是()

A*.p*∧*q* B.*p*∧*q* C*.p*∧*q* D*.**p*∧*q*

8*.*[2017湖北省七市(州)高三联考,12]已知函数*f*(*x*)*=x*2*+*(*a+*8)*x+a*2*+a-*12(*a<*0),且*f*(*a*2*-*4)*=f*(2*a-*8),则 (*n*∈N\*)的最小值为()

A. B. C. D.

9*.*[2018陕西省西安市长安区第一次联考,16]已知函数*f*(*x*)*=*无论*t*取何值,函数*f*(*x*)在区间(*-∞*,*+∞*)上总是不单调,则*a*的取值范围是*.*

**答案**

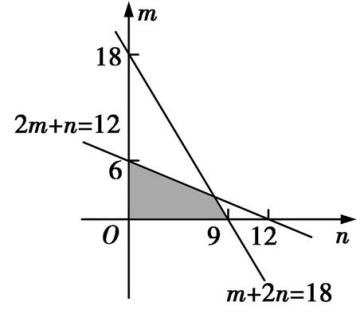
id:2147496801;FounderCES

1.B*f*(*x*)*=*(*x+*)2*-+b*,*①*当0≤*-*≤1时,*f*(*x*)min*=m=f*(*-*)*=-+b*,*f*(*x*)max*=M=*max{*f*(0),*f*(1)}*=*

max{*b*,1*+a+b*},∴*M-m=*max{,1*+a+*}与*a*有关,与*b*无关;*②*当*-<*0时,*f*(*x*)在[0,1]上单调递增,∴*M-m=f*(1)*-f*(0)*=*1*+a*与*a*有关,与*b*无关;*③*当*->*1时,*f*(*x*)在[0,1]上单调递减,∴*M-m=f*(0)*-f*(1)*=-*1*-a*与*a*有关,与*b*无关*.*综上所述,*M-m*与*a*有关,但与*b*无关,故选B*.*

2*.*B由已知得*f* *'*(*x*)*=*(*m-*2)*x+n-*8,又对任意的*x*∈[,2],*f* *'*(*x*)≤0,所以

即画出该不等式组表示的平面区域如图D 2*-*3*-*1中阴影部分所示,令*mn=t*,则当*n=*0时,*t=*0,当*n*≠0时,*m=.*由线性规划的相关知识可知,只有当直线2*m+n=*12与曲线*m=*相切时,*t*取得最大值*.*由解得*n=*6,*t=*18,所以(*mn*)max*=*18,故选B*.*



图D 2*-*3*-*1

3*.*A由*f*(0)*=f*(4),得*f*(*x*)*=ax*2*+bx+c*的对称轴为*x=-=*2,所以4*a+b=*0,又*f*(0)*>f*(1),所以*f*(*x*)先减后增,所以*a>*0,故选A*.*

4*.*C由指数函数*y=*0*.*6*x*在(0,*+∞*)上单调递减,可知0*.*61*.*5*<*0*.*60*.*6,由幂函数*y=x*0*.*6在(0,*+∞*)上单调递增,可知0*.*60*.*6*<*1*.*50*.*6 ,所以*b<a<c*,故选C*.*

5*.*D根据各选项知,选项C,D中的指数函数满足*f*(*x+y*)*=f*(*x*)·*f*(*y*)*.*又*f*(*x*)*=*3*x*是增函数,所以D选项满足题意*.*故选D*.*

id:2147496815;FounderCES

**A组基础题**

1*.*B根据函数零点存在性定理,结合二次函数图象可知,函数*f*(*x*)*=ax*2*-*2*x+*1在区间(*-*1,1)和区间(1,2)上分别存在一个零点时,解得*<a<*1,故选B*.*

2*.*B∵*f*(*x*)*=*e*x-*1在R上是增函数,∴*f*(*a*)*>-*1,∴*g*(*b*)*>-*1,∴*-b*2*+*4*b-*3*>-*1,即*b*2*-*4*b+*2*<*0,解得2*-<b<*2*+*,故选B*.*

3*.*B由已知得3*α=*,解得*α=-*1,∴*f*(*x*)*=x-*1,∴*g*(*x*)*==*2*-*在区间[,2]上单调递增,则*g*(*x*)min*=g*()*=*0*.*

4*.*B∵不等式*ax*2*+bx+*2*>*0的解集为{*x|-*1*<x<*2},∴*ax*2*+bx+*2*=*0的两根为*-*1,2,且*a<*0,即*-*1*+*2*=-*,(*-*1)*×*2*=*,解得*a=-*1,*b=*1,则不等式2*x*2*+bx+a>*0可化为2*x*2*+x-*1*>*0,解得*-*1*<x<.*故选B*.*

5*.*B∵函数*f*(*x*)*=*(*m*2*-*4*m+*4)是幂函数,

∴*m*2*-*4*m+*4*=*1,解得*m=*1或*m=*3*.*

当*m=*1时,函数为*y=x*3,在区间(0,*+∞*)上单调递增,满足题意;

当*m=*3时,函数为*y=x-*1,在区间(0,*+∞*)上单调递减,不满足题意*.*故选B*.*

**B组提升题**

6*.*B当0≤*x<*1时,函数*g*(*x*)*=x*2*-x*的最小值为*g*()*=-*;当1≤*x<*2时,*p*(*x*)*=-*(的最小值为*p*()*=-*1,所以函数*f*(*x*)在*x*∈[0,2)上的最小值为*-*1*.*当*-*4≤*x<-*2时,有0≤*x+*4*<*2,由*f*(*x+*2)*=*2*f*(*x*),得*f*(*x*)*=f*(*x+*2)*=*[*f*(*x+*4)]*=f*(*x+*4),所以当*-*4≤*x<-*2时,函数*f*(*x*)的最小值为*-.*

若当*x*∈[*-*4,*-*2)时,函数*f*(*x*)≥*-t+*恒成立,只需*-t+*≤*f*(*x*)min,即*-t+*≤*-*,解得1≤*t*≤3,所以实数*t*的取值范围为1≤*t*≤3*.*故选B*.*

7*.*C 当*n=*1时, *f*(*x*)*=x*3为幂函数,且在(0,*+∞*)上单调递增,故*p*是真命题,则*p*是假命题;“∃*x*∈R,*x*2*+*2*>*3*x*”的否定是“∀*x*∈R,*x*2*+*2≤3*x*”,故*q*是假命题,*q*是真命题*.*所以*p*∧*q*,*p*∧*q*,*p*∧*q*均为假命题,*p*∧*q*为真命题,故选C*.*

8*.*A二次函数*f*(*x*)*=x*2*+*(*a+*8)*x+a*2*+a-*12图象的对称轴为直线*x=-*,由*f*(*a*2*-*4)*=f*(2*a-*8)及二次函数的图象,可以得出*=-*,解得*a=-*4或*a=*1*.*又*a<*0,∴*a=-*4,∴*f*(*x*)*=x*2*+*4*x*,∴*===n+*1*++*2≥2*+*2*=*2*+*2,当且仅当*n+*1*=*,即*n=-*1时等号成立*.*又*n*∈N*\**,当*n=*2时,*=*,当*n=*3时,*=+*2*=<*,∴(*n*∈N\*)的最小值为*.*故选A*.*

9*.*[2,*+∞*)∵*g*(*x*)*=-x*2*+*3*x* 的图象开口向下,∴当*x>t*时,*g*(*x*)*=-x*2*+*3*x*总存在一个单调递减区间,要使无论*t*取何值,*f*(*x*)在R上总是不单调,只需令*p*(*x*)*=*(2*a-*4)*x+*2*a-*3不是减函数,则2*a-*4≥0,即*a*≥2*.*